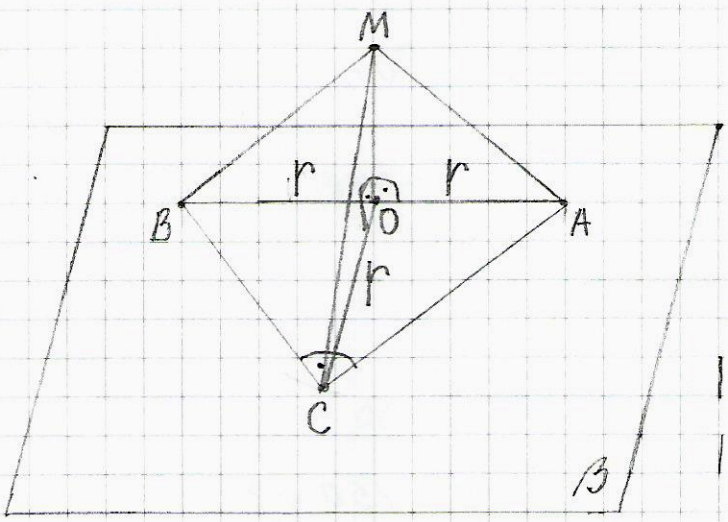
ШКОЛСКО – 8. РАЗРЕД – 2012/2013 – РЕШЕЊА

1.



r полупречник кружнице описане око $\triangle ABC$.

O центар кружнице описане око $\triangle ABC$.
Како је $\triangle ABC$ правоугли то се O налази на средини хипотенузе.

$|AC| = 8\,cm$, $|BC| = 6\,cm$, $|OM| = 4\,cm$

$|MA| = ?$, $|MB| = ?$, $|MC| = ?$

Уочимо правоугле троуглове AOM, BOM и COM. У њима су $|MA|$, $|MB|$, $|MC|$ хипотенузе, а r и $|OM|$ су катете у сваком од њих; Одакле закључујемо да

$$|MA| = |MB| = |MC| = \sqrt{r^2 + |OM|^2}$$

Израчунајмо r. r је очигледно пола од $|AB|$.

из правоуглог троугла ABC имамо $|AB|^2 = 8^2 + 6^2$

$|AB|^2 = 64 + 36$ $\quad |AB|^2 = 100$ $\quad |AB| = 10$ $\quad$ (cm)

$$r = \frac{|AB|}{2} = 5$$

Сада имамо $\sqrt{r^2 + |OM|^2} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41}$

РЕШЕЊЕ: Тачка M је на једнаком растојању од сваког темена $\triangle ABC$ и то растојање износи $\sqrt{41}$ cm. ▲

КОМЕНТАР: Центар описане кружнице правоуглог троугла се налази на средини хипотенузе

2.

а) То су праве $AB, AC, AD, BC, BD, CD, EF, EG, EH, FG, FH, GH$.

б) То су праве AE, BF, CG, DH.

▲

КОМЕНТАР:

- Ако права p припада равни α онда су p и α такође паралелне.
- Под а): непажња и неискуство може довести до изостављања права које су одређене са два несуседна темена. (нпр. AC, BD, EG, FH)

3.

Пера је купио $15 \cdot 100 + 20 \cdot 200 + 10 \cdot 250 = 8000$ грама чоколаде, а то је 8 килограма чоколаде, и то је платио $15 \cdot 110 + 20 \cdot 200 + 10 \cdot 220 = 7850$ динара. Дакле, средња вредност једног килограма чоколаде је $\frac{7850}{8} = 981{,}25$ динара.

4.

Непозната дате једначине је y. Решићемо дату једначину у зависности од a.

$$\frac{2a-y}{3} = 1 + y \quad / \cdot 3$$

$$2a - y = 3 + 3y$$

$$2a - 3 = 3y + y$$

$$4y = 2a - 3$$

$$y = \frac{2a-3}{4}$$

Дакле дата једначина има тачно једно решење и то је $\frac{2a-3}{4}$.

Оно није мање од 2, ако је веће или једнако од 2.

Дакле треба одредити све a за које је $\frac{2a-3}{4} \geq 2$.

$\frac{2a-3}{4} \geq 2 \quad |\cdot 4$

$2a-3 \geq 8$

$2a \geq 11$

$a \geq \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2} = 5,5$

РЕШЕЊЕ: a МОЖЕ БИТИ БИЛО КОЈИ БРОЈ ВЕЋИ ИЛИ ЈЕДНАК ОД 5,5.

5.

$|AB|$ ЋЕМО ОДРЕДИТИ ИЗ $|AB| = |AS| + |SB|$, А $|CD|$ ИЗ $|CD| = |CS| + |SD|$

$|CS| = 6$ cm (ДАТО)

ОДРЕДИМО $|AS|$. ИЗ ⊿ ACS ДОБИЈАМО $|AS|^2 = 10^2 - 6^2$ (cm)

$|AS|^2 = 100 - 36 \quad |AS|^2 = 64 \quad |AS| = 8$

ОДРЕДИМО $|SB|$ И $|SD|$. УОЧИМО ТРОУГЛОВЕ ACS И BDS. ОЗНАЧИМО ПРВИ СА Δ_1, А ДРУГИ СА Δ_2. УНУТРАШЊИ УГАО Δ_1 КОД S И УНУТРАШЊИ УГ. Δ_2 КОД S СУ ПОДУДАРНИ ЈЕР СУ УНАКРСНИ. $\measuredangle CAB \equiv \measuredangle CDB$ ЈЕР СУ ОБА ПЕРИФЕРИЈСКА НАД ИСТИМ ЛУКОМ (КРАЋИ ЛУК СА КРАЈЕВИМА CB). НО $\measuredangle CAB$ ЈЕ УНУТРАШЊИ УГ. Δ_1 КОД A, А $\measuredangle CDB$ ЈЕ УНУТРАШЊИ УГ. Δ_2 КОД D. САДА ЗАКЉУЧУЈЕМО ДА СУ Δ_1 И Δ_2 СЛИЧНИ И ИМАЈУ СЛЕДЕЋЕ ТАБЛИЦЕ ОДГОВАРАЈУЋИХ ЕЛЕМЕНАТА.

Δ_1	Δ_2
S	S
A	D
C	B

ОДГ. ТЕМЕНА

Δ_1	Δ_2
AC	DB
SC	SB
SA	SD

ОДГ. СТРАНИЦЕ

ТЈ.

Δ_1	Δ_2
10	8
6	$|SB|$
8	$|SD|$

$\frac{|SB|}{6} = \frac{8}{10} \quad |SB| = 4,8$

$\frac{|SD|}{8} = \frac{8}{10} \quad |SD| = 6,4$

$|AB| = 8 + 4,8 = 12,8$, $|CD| = 6 + 6,4 = 12,4$

РЕШЕЊЕ: $|AB| = 12,8$ cm , $|CD| = 12,4$ cm

▲

КОМЕНТАР:

- ОВАЈ ЗАДАТАК НИЈЕ ЛАКО УРАДИТИ БЕЗ ПРИПРЕМЕ.
- БИО У ПРВОМ БРОЈУ МАТЕМАТИЧКОГ ЛИСТА ИЗ ПРОШЛЕ Ш. ГОДИНЕ, ТЈ ИСТЕ Ш. ГОДИНЕ КАДА СЕ ОДРЖАЛО ТАКМИЧЕЊЕ. ЗНА СЕ ДА ЗАДАЦИ ЗА ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ УГЛАВНОМ ДОЛАЗЕ ИЗ МЛ ИЗ ПОСЛЕДЊЕ ЧЕТИРИ ГОДИНЕ.